測圓海鏡細草

測圓海鏡細草卷第八

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李治撰

明重後一十六問

或問出南門向東有槐樹一株出東門向南有柳樹一株丙丁俱出南門丙直行丁往至槐樹下甲乙俱出東門甲直行乙往至柳樹下四人遥相望見各不知所行步數只云丙丁共行了二百七步甲乙共行了四十六步又云甲丙立處相距二百八十九步問荅同前

法曰以二共相減數又以減距數為實二為法得平勾卌

草曰識別得丙丁共卽明和也甲乙共卽重和也相距步卽極弦也二共相併卽極弦內少个虛黃也又為極和內少个虛和也二共相減餘為平勾高股差也又為虛差極差共也又為通差內減極差也　立天元為平勾加入二共相減數得伉山為高股又加天元得伉山為極弦寄左　以相距步二百八十九

便以爲皇極勾弦差也丙帶東和分母以天元東弦

便爲皇極股弦差以乘之又倍之得[illegible]元爲

虛弦冪丙有東和分母寄左然後以虛弦自之又以

分母訂乘之得四十七萬八千五百八十四

爲同數與左相消得[illegible]○[illegible]開平方得三十

四步卽東弦也合問

或問皇極大小差共一百八十七步明黃東黃

共六十六步問荅同前

法曰後數自乘爲實前後數相減餘爲法得

虛黃方三十六

草曰別得一百八十七即明重二弦共也其六十六即太虛大小差共也又二數相併得[算籌]即明重二和共若以相減餘曰即明重四差共也　立天元一為太虛黃方面加二黃共得[算籌]即虛弦也倍虛弦又加天元得[算籌][算籌]即城徑也又以虛弦加皇極大小差得[算籌][算籌]即極弦也以極弦乘城徑得[算籌]為兩段皇極勾股積寄左　再以極弦虛弦相併得

〡元〢〦即皇極勾股共也自之得〣〣元〤內減

皇極弦羃〡〣〤元下〦得〣〤元〣〡爲同數與寄左

相消得日〣〣〤上法下實如法得三十六步即

太虛黃方面也合問

或問東門南有柳一株南門東有槐一株甲出

東門直行丙出南門直行甲丙柳槐悉與城

參相直既而甲就柳樹斜行三十四步至柳

樹下丙就槐樹斜行一百五十三步至槐樹

下問荅同前

法曰云數相乘倍之便爲平方實開方得虛弦一百二十步以此弦加甲行步卽極勾以此弦加丙行步卽極股餘各依法求之

識別甲斜行卽東弦也丙斜行卽明弦也

無草

或問東門南有柳一株南門東有槐一株甲出東門直行丙出南門直行二人遥相望槐柳與城邊悉相直旣而甲復斜行至柳樹下丙復斜行至槐樹下各不知步數只云丙共行

了二百八十八步甲斜行與柳至東門步共得六十四步問荅同前

法曰二云數相乘於上以六十四步自之又二之減上位爲平實十四之六十四於上倍丙行減上位爲從〔案〕倍丙行乃數偶合當云九个半六十四四丙減丙行爲從。〔銳案〕當云又以四步半乘六十四加丙行減上位爲從二十常法得甲直行步一十六

草曰別得丙共步卽明股明弦和也六十四卽平勾也丙甲斜行卽重弦也柳至東門步

即東股也又二云數相併即明差與極弦共也二云數相減即明差與平勾高股差共也又平勾內減東勾即虛勾也　立天元一為東勾置丙共步以天元乘之復以六十四除之得[illegible]太為明勾也又以天元減於六十四得元[illegible]為虛勾也併虛明二勾[illegible]為半徑也以自之得[illegible]倍之得[illegible]為半段圓城徑冪寄左　乃以天元加六十四得元[illegible]為勾圓差於上又以明勾加丙共步得[illegible]

爲股圓差於下上下相乘得[illegible]爲同數與左相消得二〇[illegible]〇[illegible]開平方得一十六步卽東勾也此東勾乃甲出東門直行步也餘皆依數求之合問

或問東門南有柳樹一株南門東有槐樹一株甲出東門直行丙出南門直行二人遥相望槐柳與城邊悉相直既而甲復斜行至柳樹下丙復斜行至槐樹下各不知步數只云甲共行五十步丙斜行與槐至南門步共得二

百二十五步問荅同前

法曰以二百二十五步自之爲冪又以此冪自爲冪於上置甲共行以二百二十五步三度乘之得數復折半減上位爲平實置二百二十五步自之數以二云數相減數乘之又倍之於上倍五十步在地以二百二十五步自之數乘之復折半加上位爲益從云數相減自乘於上以云數相乘復折半減上位爲常法得明股冊

草曰識別得甲共步即東勾東弦共也二百
二十五即高股也丙斜行即明弦槐至南
門步即明勾也又二云數相併即極弦內減
一个東差也云數相減即東差與高股平勾
差共也又高股內減明股即虛股也　立天
元一為明股即丙出南門直行步也置五十
步以天元乘之得≡元合高股除不除便以此
≡元為東股也內帶高股|||||||||分母再置高股內
減天元得〡元|||||||||為虛股以分母高股乘之得

下式[illegible]加入東股得[illegible]即半徑也以自增乘得下[illegible]為半徑羃也內帶高股羃為母寄左然後置甲共步以分母高股乘之得[illegible]加入東股得[illegible]為勾圓差於上（內帶高股）分母又以天元加高股得[illegible]為股圓差於下上下相乘得[illegible]又以分母高股乘之得[illegible]復折半得[illegible]為同數與左相消得[illegible]開平方得一百三十五步即明股也合問

或問通勾通弦共一千步叀勾叀弦共五十步

問荅同前

法曰置一千減二之五十步爲汎率以自乘復半之於上又置泛率復以五十乘之加上位爲平實二十二之泛率於上（案二十二乃此題叀和除通和所得通倍叀數加二數之數易題則數不同矣當直云通倍叀數加二數乘泛率）以四十二（案四十二乃此題倍通倍叀數加二數之數當直云倍通倍叀數加二數）乘五十得數內減泛率加上位爲益從二百（案二百乃此題通倍叀數加二數自乘折半於上又倍通倍叀數併二數以減上位

之數當同上不必載數 為常法得直股二〇

草曰立天元一為直股置一千以天元乘之以五十除之得二〇元為通股也又以天元加五十步得二〇元即小差也通股加小差得三〇元即通弦也以通弦減一千得三〇元即通勾也以小差減通勾得三〇元即圓徑也以圓徑減通股得三〇元即大差也置大差以小差乘之得三〇元寄左然後置圓徑以自之得三〇元折半得三〇元與左相消得三〇三〇開平

方得三十步即東股也合問

〔案〕此題通勾弦和為東勾弦和度盡之數則不用寄分而用除法以從省便作者葢舉一以例其餘也

或問通勾通弦共一千步明勾明弦共二百二十五步問荅同前

法曰以後數再自乘又以前數乘之為平實以後數為羃復以前數乘之為從以前數羃為常法得明股刪

草曰別得二百二十五步即高股也　立天元一爲明股置一千以天元乘之合以高股除不受除便以此[illegible]元爲通股內帶高股爲母以天元加高股[illegible]即大差也置大差以高股分母乘之得[illegible]即帶分大差也以此減於通股餘[illegible]即圓徑也以自增乘得[illegible]寄左內帶高股分母然後置一千以高股分母通之得[illegible]內減帶分大差得[illegible]爲兩个通勾也內減兩个圓徑得[illegible]爲兩个小差也以帶分

大差乘之得下式[counting-rod figure]爲同數與左相消

得[counting-rod figure]開平方得一百三十五步卽明股

也合問

或問通股通弦共一千二百八十步直股直弦

共六十四步問荅同前

法曰云數相乘爲平實前數爲益從置前數

以後數除之得二十爲泛率泛率減一以自

乘於上又倍泛率減一加上位爲常法倒積

開得直勾一十六

草曰別得六十四步卽平勾也　立天元一爲虛勾置前數以天元乘之以後數除之得[illegible]卽通勾也又置天元加後數得[illegible]卽八差也以小差減通勾餘[illegible]卽圓徑也以自之得[illegible]寄左　然後以小差減於前數得[illegible]爲二通股內減兩个圓徑得[illegible]爲二大差也以小差乘之得下[illegible]與左相消得[illegible]開平方得一十六步卽虛勾也合問

或問通股通弦共一千二百八十步明股明弦共二百八十八步問荅同前

法曰二數相減以後數乘之內減後數冪又半之為泛率以自乘為平實〔案〕或云前數內減二後數餘以後數乘之折半自之亦同置前數加二之後數而半之為次率以乘泛率於上〔銳案〕泛率下當有倍之二字以後數乘泛率減上位〔案〕或云二數相加以乘前折半數亦同為益從次率自乘於上以前數加次率復以後數乘之減上位〔案〕或云前數折半內減後數又以半前數乘之亦同為隅法

得明勾[算式]

草曰別得二數相減餘[算式]為通勾通股及明勾共也　立天元一為明勾置前數以天元乘之合以後數除之不除便以此[算式]為通勾也（內寄後數分母）又以二數相減得數內又減天元得[算式]為通和也乃以分母二百八十八之得下式[算式]內減通勾餘[算式]為通股也又以天元加後數又以分母（即後數也）通之得[算式]為大差也以此大差減於通股得下式[算式]

為一个圓徑也半之得[算籌]以自之得[算籌][算籌]為半徑冪寄左然後以半圓徑減通勾得[算籌]為底勾又以天元乘之又以分母二百八十八之得[算籌]為同數與左相消得[算籌]開平方得七十二步即明勾也合問

或問明股明弦併二百八十八步東勾東弦併五十步又云明股東勾併多於虛弦四十九步問荅同前

法曰前二數相併內減二之多步即圓徑又

只以前二數相乘便是半徑羃

草曰識別得前二數相減而半之即極差也

其多步名傍差又爲圓徑不及極弦數

或問平差高差共一百六十一步明股東勾併

多於虛弦四十九步問荅同前

法曰二數相減又半之以自乘爲實後數爲

法得平勾𝍮𝍣

草曰立天元一爲平勾以加前數得|元山爲

高股也又以天元加高股得||元山爲極弦內

減後數得‖元〡‖又半之得元〣〦爲半徑以自之得〡‖元〦〡〦寄左然後以天元乘高股得〡‖元爲同數與左相消得〣〤〡〦上法下實得六十四步即平勾也合問

或問平勾高股差一百六十一步明差重差併七十七步又云極弦多於城徑四十九步問

荅同前

法曰併上二位而半之爲平率其四十九即旁率也副置平率上加旁率下減旁率以相

乘爲實倍旁差爲法得勾圓差十三。案求實數有誤當云併上二位而半之內減後數於上又置上前數內減後數以乘上位爲實方合。謹案此以法除實得半徑不得勾圓差分類釋術以四十九爲法得城徑是也蓋此問本有又法一求勾圓差一求半徑傳寫脫漏各逸其半遂致舛誤不通今以意改正二法復補一草如後

法曰併上二位而半之爲平率其四十九即旁率也副置旁率上以減於平率下以減於前數以相乘爲實倍旁差爲法得勾圓差十三。

又法求半徑副置平率上加旁率下減旁率以相乘爲實倍旁差爲法得半徑

草曰立天元一爲半徑又爲半之股圓差上弦較較又爲半之勾圓差上弦較和也內減勾圓差上勾股較上〇餘沅丈〇爲半之勾圓差上弦較較也置股圓差上勾股較丨丌以半之勾圓差上弦較較乘之得𠱮沅𡊺寄左然後以半之股圓差上弦較較乘勾圓差上勾股較得𡊺沅爲同數與左相消得

下式[illegible][illegible]上法下實得一百二十步卽半徑也合問

草曰識別得平勾高股差名爲角差副置角差上加七十七而半之得[illegible]卽極差也下減七十七而半之得[illegible]卽虛差也角差加極差得[illegible]卽通差也又極弦多於城徑步名爲旁差副置角差上加旁差得[illegible]爲兩个高段上勾股較下減旁差得[illegible]爲兩个平段上勾股較也又副置極差上加旁差得[illegible]爲股圓差

上勾股較下減旁差丄〇為勾圓差上勾股較也　立天元一為勾圓差依法求得通差加入天元得𠆭𠂼即大差也以天元乘之得丨𠆭為半段圓徑羃寄左　乃置大差𠆭𠂼內減股圓差上勾股較卌餘有𠆭川為股圓差之勾於上再置天元內加勾圓差上勾股較丄〇得𠆭丄〇為勾圓差之股以乘上位得丨𠆭卌〇為同數與左相消得卌卌上法下實得八十步即勾圓差也

又依前問見角差一百六十一步見明差叀差併七十七步又見太虛弦較較六十步問荅同前

法曰前二數相減而半之得數加入半之太虛弦較較爲泛率以自乘爲平實置一百六十一內減二之泛率爲從一常法得平勾⊥||||

草曰別得⊥〇卽二叀股也　立天元一爲平勾先以前二數相減而半之得≡||〇爲虛差以虛差加叀股得⊥||卽明勾也以明勾加天元

得元丄‖爲平弦以自之得丨元𝍧‖內減天元

冪得‖元𝍧‖爲半徑冪寄左然後以天元加一

百六十一爲高股以天元乘之得丨元爲同

數與左相消得⊥太𝍧‖開平方得六十四步

即平勾也

又法曰前數內加半之太虛弦較較以自乘爲

實案此語有誤當云倍角差加半太虛較以半太虛較乘之○銳案當云倍前數內加半之太虛弦較較又以太虛弦較較乘之爲實前數內減太虛弦較

較爲從一常法開平方得平勾六十四此更

不用明差重差併也

草曰依前求平勾前高股內加重股得[illegible]元[illegible]為高弦也以自之得丨[illegible]元[illegible]於上位內減高股冪丨[illegible]元[illegible]餘得[illegible]元[illegible]為半徑冪寄左然後以天元乘高股得丨[illegible]元為同數與左相消得下[illegible][illegible]開平方得六十四步即平勾也合問

或問高差平差併一百六十一步明差重差併七十七步問荅同前

法曰以前數自乘於上二數相併而半之以
自乘減上位得數復自增乘爲平實前數自
之於上又以四之前數乘之寄位以前數自
之於上併二數而半之以自乘減上位得數
又以四之前數乘之(案此下落倍之三字)又減於寄位
爲從前數自之又四之於上又以四之前數
爲縣加上位權寄以前數爲縣於上併二數
而半之以自乘減上位得數復八之加上位
(銳案當云復八之於上)又以四之前數爲縣加入上位

併以減於樵寄爲常法【案】或云二和併而自之又半之以減高平共差冪又四之得平勾[籌算]爲常法亦同

草曰識別得二位相併而半之得[籌算]即極差也　立天元一爲平勾加一百六十一得[籌算]元[籌算]爲高股高股內又加天元得[籌算]元[籌算]爲極弦以自之得[籌算]元[籌算]於上內減極差冪一萬四千一百六十一餘[籌算]元[籌算]太爲兩段極積合以極弦除不除寄爲母便以此爲城徑以自增乘得[籌算]元[籌算][籌算]太爲圓徑冪內有極弦冪分母寄左

然後以天元乘高股又四之得[算籌]元又以分母極弦冪[算籌]元通之得[算籌]太為同數與左相消得[算籌]開平方得六十四步即平勾也合問

或問見明和二百七步東和四十六步問荅同前

法曰二和上下相減數同則止名為泛率又以二和直相減餘為泛實此則角差也乃以泛率除泛實所得為差率也以差率加減泛率若

半詑與勾股相應者其泛率便爲和率其泛實便爲較率乘和率也若不相應則直取差率以消息之定爲相管和率其勾股數少得見茲黃而相爲率者勾三股四則其和七而其較一也勾五股十二則其和一十七而其較七也勾八股十五則其和二十三而其較亦得七也勾七股二十四則其和三十一而其較一十七也勾九股二十則其和二十九而其較一十一也此消息之大略也餘皆倣此。鏡案此有誤當作勾九股四十則其和四十九而其較三十一也若勾九股二十則各自爲羃開方求茲尚有奇賸與上得見茲黃之文不相應矣乃以和率約二和其明和所得爲明壘率其叀和所得爲叀壘率

也又副置和率上加差率而半之則為股率也下位減差率而半之則為勾率也既見勾股及差三率各以疊率乘之即各得勾股及差之真數也

案此用約分以勾股率數求之甚為省便然必兩數度盡而得數最小者方可用若兩數不能度盡或既度盡而得數尚大者轉屬繁難故又設後法

又法二一云數相併以自乘於上二之云數相乘

又四之以減上位爲實二云數相併以六步半乘之於上又二數相併以四步半乘之又四之以併入上位爲從方以七十步。四分三釐七毫五絲爲常法得東小差四步

草曰以二和相約命得東率一明率四步半其兩數大小差率竝同又別得明小差東大差俱爲半虛黃也　立天元一爲東小差以四步半乘之得[算籌]爲東大差也又爲明小差又爲半虛黃置此東大差又以四步半乘之

得[illegible]爲明大差也其四差相併得[illegible]減於三

和併得[illegible][illegible]卽兩段太虛大小差併也內加

三段虛黃方[illegible]得[illegible][illegible]合成一个太虛三事

和卽圓城徑也以自增乘得[illegible][illegible][illegible]爲徑冪

寄左

乃置東和加半虛黃得[illegible][illegible]爲平勾又

置明和內加半虛黃得[illegible][illegible]爲高股勾股相

乘得下式[illegible][illegible][illegible]又四之得[illegible][illegible][illegible]爲同數

與左相消得下式[illegible][illegible][illegible]開平方得四步卽

東小差也合問

或問明叀二勾共八十八步明叀二股共一百六十五步問荅同前

法曰先識別得二大差共二小差共及四差共乃以二大差二小差相乘爲實以四差共爲法如法得半之虛黃方一十八

草曰先置前後云數以約法約之得一十一卽疊率也復各置前後數如疊率而一前得八卽勾率也後得一十五卽股率也再以勾股率求得較率七和率二十三弦率一十七

黃方率六大差率九小差率一一既見諸率各

以疊率乘之其二和共得𝍫二較共得𝍣二

弦共得𝍤二黃共得𝍣二大差共𝍫二小差

共𝍢[illegible]共𝍡巳上皆為明直所得之共數

也乃立天元一為半虛黃便為明小差又為

直大差也以減於大差共得𝍤即明大差

也又以減於小差共得𝍢即直小差也以

二數相增乘得丨𝍤寄左　以天元冪與寄

左相消得𝍡上法下實得一十八步即半

之虛黃方也以倍之得𝍫𝍥又加於二黃共六十六共得一百二即明勾朿股共也又爲極黃方又爲虛弦也又以三十六減於一百八十七餘一百五十一即明股朿勾共也此數內減虛弦餘𝍬𝍨爲明朿二差較也此名旁差以旁差減二弦共一百八十七餘得𝍰𝍨即太虛和也却加入虛弦一百二併得𝍡𝍫〇爲太虛三事和即圓城徑也合問

又或以虛黃方加於二和共二百五十三得𝍡𝍰𝍨

為極弦也以旁差減極弦餘二百四十步亦
同
又或前後副置勾股較和弦黃六率在地前以
小差率二因之則勾得丅股得三〇較得亖和
得丅弦得三川黃得一川即東段各數也後以大
差率九因之則勾得⊥川股得ｌ川較得⊥川和得
丌弦得川黃得川即明段各數也既得明東
各數餘皆可知（案此因明弦即皇極弦勾弦差東弦即皇極弦股弦差故以小差率乘各率即得東段各數以大差率乘各率即得明段各數也）

〔案〕右二卷明重前十八問後十六問在集中尤爲神妙惜其中有偶爾思省未至者亦未暇修飾故耳

敬齋先生測圓海鏡細草卷第八

元和李銳覆校

步與丙相會丙云我南行步多於甲東行二

百八十步問荅同前

法曰以云數差乘云數併爲實倍多步爲從

二爲平隅得大勾三百二十

草曰立天元爲大平（案大平即大勾）加差得|元||⊥○爲

股倍天元乘之得||　||||⊥元爲二積寄左然後以

斜步多步併|||⊥○與斜步多步較||||⊥○○相乘得||||⊥||○○

爲同數與左相消得卄　||||⊥元　||||⊥|||○○開平方得三百

二十步卽大勾也合問

或問甲乙二人共立於艮隅乙南行過城門而立甲東行望乙與城參相直而止丙丁二人共立於坤隅丁向東行過城門而立丙向南行望丁及甲乙悉與城俱相直丙復就甲斜行六百八十步與甲相會乙丁又云吾二人直行共得三百四十二步問荅同前

法曰二云數相乘倍之爲實倍斜行於上以二云數相減加上位爲從一步常法開平方得城徑

草曰別得斜步即大弦也其共步則一徑一虛弦共也其二數相併爲一大和一虛弦共數也立天元爲徑減於共步得[算籌]爲虛弦也以虛弦復減於天元得[算籌]爲虛和以斜步乘之得[算籌]寄左　乃以天元加斜步得[算籌]爲大和以虛弦乘之得[算籌]爲同數與左相消得[算籌]開平方得二百四十步即城徑也合問

或問甲從北門向東直行庚從西門穿城東行

丙從西門向南直行壬從北門穿城南行四人遙相望悉與城參相直只云甲丙相望處六百八十步庚壬穿城共行了六百三十一步問荅同前

法曰共步自之得數以共步減斜餘自乘以減上爲實二之斜步加入共步減斜餘數爲從一步常法得城徑

草曰共行步爲一徑與皇和共也又爲大和皇弦差也甲丙相望即大弦也以共步減大

弦餘[illegible]爲皇極弦上減一徑也立天元一爲圓徑減於共步得[illegible]爲皇極和也以自之得[illegible]於上弦內減共步餘[illegible]又以天元加之爲皇弦以自之得[illegible]減上位餘得[illegible]爲兩个皇直積寄左乃以天元乘皇弦得下式[illegible]爲同數與左相消得[illegible]平方而一得二百四十步即城徑也合問

敬齋先生測圓海鏡細草卷第九上

元和李銳覆校

測圓海鏡細草卷第九下

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李治撰

大和八問

或問庚從西門穿城東行二百五十六步而立壬從北門穿城南行三百七十五步而立又有甲丙二人俱在乾隅甲向東行丙向南行各不知步數而立四人遥相望只云甲丙共行了九百二十步問荅同前

法曰庚東行羃壬南行羃相併於上併庚壬

步而倍之內減大和餘復減於庚壬共得數

案或云併庚壬步以自乘減上位爲平實併以減大和亦同

庚壬步爲益從半步爲隅法得城徑

草曰立天元一爲圓徑以半之副置二位上

以減於庚東行得下〔算式〕〔算式〕爲平弦也下以減

於壬南行得〔算式〕〔算式〕爲高弦也二弦相併得〔算式〕

〔算式〕爲皇弦虛弦共也倍此數得〔算式〕〔算式〕爲大弦

虛弦共也以大弦虛弦共減於大和餘〔算式〕〔算式〕

爲虛勾虛股共也天元內減虛勾虛股共餘

延[算式]即虛弦也復置皇弦虛弦其內減虛弦

餘[算式]即皇極弦也以自之得[算式]寄左然

後以平弦自之得下式[算式]為勾冪也又

以高弦自之得[算式]為股冪也二冪相併

得[算式]為同數與左相消得[算式]平方

而一得二百四十步即城徑也合問

或問甲丙俱在西北隅甲向東行不知步數而

立丙向南行望見甲就甲斜行與甲相會甲

直行丙直行共九百二十步甲步少於丙步又出東

門南行有柳樹一株出南門東行有槐樹一
株戊己二人同在巽隅戊就柳樹己就槐樹
亦與甲乙遙相望只云己行少於戊行數與
兩樹相距數相併得一百四十四步其二數
相減餘六十步問荅同前
法曰二云數相併而半之爲虛弦以乘大和
九百二十步於上以一百四十四減大和以
虛較乘之減上位爲平實以一百四十四減
大和又二之於上以二之虛較減上位案或云倍

甲丙直行共加己戊較與兩樹距之較爲從
減三之己戊較與兩樹距之和亦同
四虛隅得太虛勾四十八
草曰別得甲丙直行共即大和也戊就柳樹
步即虛股也己就槐樹步即虛勾也其一百
四十四步即二明勾其六十步即二東股也
立天元一爲虛勾加明勾得沅丄‖爲半徑也
倍之得沅目‖即城徑也又爲虛弦上三事和二云數相
倂而半之得川|即小弦也相減而半之得卌二
即小較也以天元加較得沅卌二即小股也小

勾股共得𝍢元𝍢二即小和也以小三事減大和得𝍠𝍦即大弦也乃先置小和以大弦乘之得下式卌𝍠元𝍣𝍣𝍣寄左次以小弦乘大和得元𝍤𝍢𝍣與左相消得下式卌𝍠𝍡𝍤𝍣開平方得四十八步即虛勾也加明勾又倍之得二百四十步即城徑也合問

或問甲從乾隅東行乙從艮隅南行丙從乾隅南行丁從坤隅東行四人遥相望見既而甲還至艮隅就乙丙還至坤隅就丁甲丙直行

共九百二十步甲還就乙共二百三十步丙還就丁共五百五十二步問荅同前

法曰併就數以減直行共復以所併就數乘之爲實併就數減直行共得數復加入直行共爲法得虛弦

草曰別得甲丙直行共爲大和也甲還就乙步爲小差勾股共也丙還就丁步爲大差勾股共也以大差勾股共減於大股餘卽虛勾也以小差勾股共減於大勾餘卽虛股也二

數相併得[illegible]為大弦虛弦共也二數相減餘[illegible]為通差及太虛勾股差共也又併二數而半之得[illegible]為皇極弦虛弦共又為皇極勾股共也立天元一為虛弦先以二共數減於大和餘[illegible]為虛勾虛股和於上次以虛弦減於二共數餘[illegible]為大弦以乘上位得下[illegible]寄左然後以天元乘大和得[illegible]為同數與左相消得[illegible]上法下實得一百二十步即虛弦也加入虛和得二百四十步即城徑也合問

又法併云數減大和復以云數相減乘之爲實併云數減大和得數復加入大和爲法如法得虛差四十二

草曰立天元一爲虛較先以併云數減大和餘[算籌]爲虛和於上次以天元減於[算籌]得[算籌]爲通差以乘之得[算籌]寄左然後以天元乘大和爲同數與左相消得[算籌]上法下實得四十二步卽虛差也副置虛和爲二位上加虛差而半之得九十卽虛股也下減虛差而

半之得四十八即虛勾也勾冪[illegible]股冪得[illegible]相併得[illegible]開平方得一百二十步即虛弦也加入虛和得二百四十步即城徑也合問

或問依前見大和只云股圓差上勾弦差二百一十六勾圓差上股弦差二十步問荅同前

法曰以云數二十步減通和復以二十步乘之於上以云數二百一十六減九百步案即併二差以減大和而半之乘上位為立實三因二十步以減通和得八百六十以二百一十六減通

和而半之〔銳案〕此有脫文當云以二百一十六及二十共得二百三十六減通和而半之得三百四十二數相乘訖內減二十之九百步又以三百四十二及二百一十六共得五百五十八又二之〔銳案〕當作又二十之以減之爲從方〔案〕取從方內語有誤當云三因小差減大和併二差減大和半之相乘於上三因大和加大差減三之小差半之以小差乘之得數減上位爲從方以二百一十六〔銳案〕一當作三減通和又以三之二十步減通和相併於上以二之五百五十八內却減二十步餘以減上位爲益廉〔案〕取益廉內語亦有誤當云三

因大和減六之小差爲益廉也四步常法得小差股一百五

十

草曰別得小差上股弦差‖〇加二股爲大勾

也大差上勾弦差‖丅加二勾爲大股也　立

天元一爲小差股加‖〇得元‖〇爲小差弦也

小差弦上又加天元得元‖〇爲通勾以減於

和步得元〇〇爲通股也通股內減‖丅得元〇

半之得下式元‖〇即大差之勾也大差勾上

又加‖丅得元‖〇爲大差弦也再置通股以小

差弦乘之得卄[算式]以天元除之得卄[算式]
爲一个大弦也寄泛再置通勾以大差弦乘之
得卄[算式]合以大差勾除不除寄爲母便以
爲大弦寄左乃以大差勾乘泛寄得刂[算式]
[算式]爲同數與左相消得[算式]益積開立
方得一百五十步爲小差股也合問
或問依見前大和只云高弦平弦共得三百九
十一步高弦平弦相較得一百一十九步問
荅同前

法曰以較數冪減於共數冪又半之爲實以共數減大和爲益從一常法開平方得圓徑

草曰別得高弦減於通股爲邊股內減明股也平弦減於通勾爲邊勾內減明勾也其共數卽大弦內減皇極弦又爲皇極勾股共也其相較步卽皇極差也二云數相併得𝍣𝍮〇卽黃廣弦也二云數相減餘卽黃長弦也以共數減於大和餘𝍣𝍮𝍧爲皇極弦圓徑共立天元一爲圓徑以減於𝍣𝍮𝍧爲皇極弦也以共數自

之得[算籌]於上以相較數自之得[算籌]減上位餘[算籌]又半之得[算籌]為兩段皇極積寄左乃以天元乘皇極弦得[算籌]為同數與左相消得下[算籌]開平方得二百四十步即城徑也合問

或問依前見大和只云大差弦四百〇八步小差弦一百七十步問荅同前

法曰以併云數減大和復以乘大和又倍之為平實三之通和於上又以併云數減大和

加上位爲從二步虛法得圓徑

草曰大差弦減和步餘𝍣𝍮𝍡爲大勾大差勾共也以小差弦減大和餘𝍮𝍣𝍥爲大股小差股共也云數相併𝍣𝍮𝍥即大弦內減虛弦也云數相減得𝍡𝍥爲虛弦平弦共也（案此二語因數偶合而誤見前○銳案此數偶合於新設四率俱不通下問草同）以相併數減於大和餘𝍡𝍡爲大差勾小差股共又爲圓徑虛弦共也立天元一爲圓徑減於𝍡𝍡得𝍥𝍡爲虛弦也返以減於圓徑得𝍥𝍣爲小和也以天元

滅大和得[illegible]元[illegible]為大弦以乘小和得卄[illegible]元[illegible]

寄左 乃再置虛弦以通和乘之得[illegible]元[illegible]與左

相消得卄[illegible]開平方得二百四十步即城

徑也合問

或問依前見大和只云黃廣弦五百一十步黃

長弦二百七十二步問荅同前

法曰云數相併滅大和復以相併數乘之為

實云數相併滅大和得數復以加大和為法

得虛弦一百二

草曰別得黃廣弦又爲大差弦虛弦共又爲邊股東股共也黃長弦又爲小差弦虛弦共又爲底勾明勾共也以黃廣弦減於大股餘言〇卽虛股以黃長弦減於大勾餘𠀁卽虛勾故併數以減於大和餘𠀁爲虛和也以虛和減徑卽虛弦也二云數相併得𠀁爲大弦虛弦共也云數相減餘𠀁爲虛弦平弦共疑此句誤

同上立天元一爲虛弦以減於七百八十二得長𠀁爲大弦也以小和乘之得𠀁𠀁寄左乃

以天元虛弦乘大和得訁㕥為同數與左相
消得𠆢𠆢上法下實得一百二十步即虛弦也
合問
或問依前見大和只云邊弦五百四十四步底
弦四百二十五步問荅同前
法曰云數相減自之為實以大和減併數為
法得皇極弦𠆢
草曰別得以邊弦減大股餘訂為半徑內減
平勾又為平弦內減勾圓差也以大勾減於

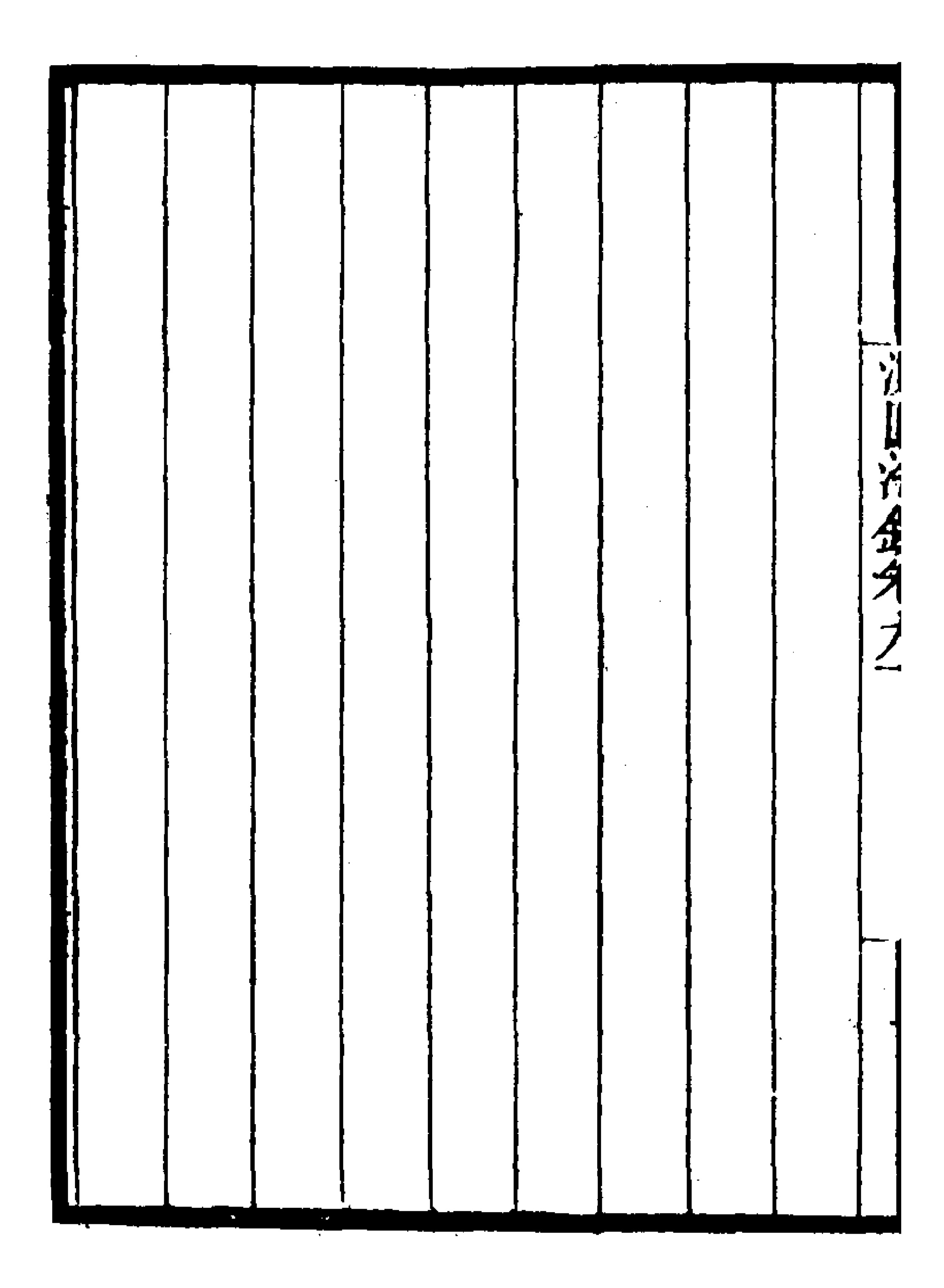
底弦餘[卜川川]爲高股內少半徑又爲股圓差內
少高弦也二云數相併得九百六十九爲大
弦皇極弦共也二云數相減[卜Ⅲ]爲皇極勾股
差也併數內減通和餘[川言]爲皇極弦內減圓
徑也立天元一爲皇極弦以自之於上以一
百一十九自之得[目山]減上位得丨[元]卧爲二
皇積 寄左 復置天元內減四十九得下式[元]
[三Ⅲ]爲黃方復以天元乘之得丨[三Ⅲ]與左相消
得[川言][目山]上法下實得二百八十九步即皇極

弦也內減四十九餘卽城徑也合問

案右大和八問每問於大和外復設二數然多有大和外設一數卽可求者細考其法草所載皆三數竝用婉轉求之葢意在發明三數取用之理非不知其可省也

元和李銳覆校

敬齋先生測圓海鏡細草卷第九下



測圓海鏡細草卷第十

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李冶撰

三事和八問

或問甲乙同立於乾隅乙向東行不知步數而立甲向南直行多於乙步望見乙復就東北斜行與乙相會二人共行了一千六百步又云甲南行不及斜行八十步問荅同前

法曰其步內減四之小差復以自之於上以十八个小差羃減於上為實四之共步內減

十六个小差於上却以十八小差加上爲益從四步常法開平方得中差‖丄〇

草曰別得其步爲三事和也不及步卽小差也立天元一爲中差加二之小差得元‖〇爲大小差併以加入三事和得元丨丅〇爲三弦也倍三事得三千一百內去大小差併得元‖丅‖‖〇爲三和也內減三弦餘元‖丌〇爲三个黃方以自之得川‖‖丅元‖‖丅‖‖〇爲九段黃方冪寄左　再置天元中差加小差得元亠〇爲大差以小差亠〇乘

之得[illegible]元[illegible]為半个黃方羃就一十八之得[illegible]元

[illegible]為同數與左相消得[illegible][illegible]開平方得二

百八十步即中差也其餘各依法求之合問

或問依前三事和又云大差三百六十步問荅

同前

法曰倍云數以云數乘之又九之於上倍云

數加三事和為前數倍云數減二之三事和

為後數二數又相減餘一百六十為泛率以

自乘減上位為平實十八之云數內又加四

之泛率爲從四常法得中差[算式]
草曰立天元一爲中差置云步倍之內減天
元得[算式]元爲大小差共數加於三事得[算式]元[算式]
爲三弦也倍三事內減大小差共數得下式
[算式]元[算式]爲三和也內又減三弦得[算式]元[算式]爲三个
黃方面也以自之得[算式]元[算式]爲九段黃方冪
寄左 再以天元減大差得下式[算式]元[算式]爲小差
又倍之得[算式]元[算式]以云數乘之得下式[算式]元[算式]又
就分九之得下式[算式]元[算式]與左相消得下式[算式]

[illegible]開平方得二百八十步即中差也合問

或問依前見三事和又云中差二百八十步問

荅同前

法曰和步加差步以自乘於上又和步內減差步以自乘加上位爲平實四之和步爲益從二步爲益隅得大弦[illegible]

草曰立天元一爲大弦減其步得[illegible]爲和副置之上位減差步得[illegible]爲二勾以自之得[illegible][illegible]爲四段勾羃也下位加差步得[illegible]

[illegible]○為二股以自之得丨[illegible]元[illegible]○為四段股冪也二位相併得‖[illegible]○○元[illegible]○為四段弦冪寄左然後以天元自之又四之與左相消得卄[illegible]○○[illegible]○○開平方得六百八十步即大弦也倍之以減於三事和餘即城徑也合問

或問依前見三事和又云小差大差併四百四十步問荅同前

法曰併前後二數三而一為弦反以減共步得數又以減弦得城徑

草曰二數相併得𝍡〇𝍣〇三而一得𝍥𝍧〇即弦也以弦減三事和得𝍲𝍡〇即和也弦和又相減餘二百四十步即城徑也合問

或問依前見三事和又云小差中差大差共七百二十問荅同前

法曰半云數自之又三之於上以三事減上位爲平實倍三事於上半云數而五之加上位爲益從二常法得小差八十案以三事減上位有誤此係偶合三事之數耳當云加半段三事冪又倍三事和加大差復以大差乘之減上位爲

平實。（銳案）此數倂合當云半云數加三事又自之以三事冪加五減之餘以減上位爲平實

草曰別得三差共爲二大差也立天元一爲小差倂大差加入三事得[算籌]元[算籌]。爲三弦也以自之得[算籌]元[算籌]。爲十八積九較冪寄起又以共三事步自之得[算籌]太於上又以天元小差乘大差倍之得[算籌]元加於上爲十二積四較冪又加五（案）即三因二歸得[算籌]元[算籌]。爲十八个直積六个較冪以減寄起餘得[算籌]元[算籌]。爲三个較冪寄左然

後以天元小差減大差得元𝍣〇為中差以自
之得〡𝍭元𝍮〇〇又三之得下式〣〡元〥〇〇與寄左
相消得〢𝍮〇〇〇𝍬〇〇平方而一得八十步即小差
也餘各依數求之合問
或問依前見三事和又云明黃方叀黃方共六
十六問荅同前
法曰三事內加二之共步復以二之共步乘
之於上位三事內減二之共步復以二之共
步乘之得數減上位為平實三事內加二之

共步又倍之於上又三（案三當作六）之共步加上位爲泛寄三事內減二之共步又四之於上又三（案三亦當作六。）（銳案此二案並非作三是也）之共步減上位得數以減泛寄爲從作十八段虛平方開之得虛黃方訂

草曰別得共步即虛大小差也立天元一爲虛黃方以三之加入倍之共步得𝍢元〡𝍥〡爲圓徑也以圓徑加三事得𝍢元〡𝍥〡爲二通和以圓徑減三事得𝍢元〡𝍥〡爲二通弦又副置圓徑上

加天元得[籌式]爲二虛和下減天元得[籌式]

爲二虛弦乃置二大和以二小弦乘之得下

下式[籌式]寄左然後置二大弦以二小和乘之

得下式[籌式]與左相消得[籌式]開平方

得三十六步卽虛黃方也其餘各依法求之

合問

或問依前見三事和叉云皇極弦二百八十九

步問荅同前

法曰二數相乘爲實從空一益隅得大弦[籌式]

草曰立天元一爲通弦內減皇弦餘[illegible]爲皇極勾股和以自之得[illegible]於上以皇極弦冪減上位得[illegible]爲二直積合以皇弦除之不除寄爲母便以此爲城徑寄左 乃以二之天元弦減共步得[illegible]爲黃方面以皇弦通之得[illegible]與左相消得[illegible]開平方得六百八十步卽大弦也合問

或問依前見三事和又云見太虛弦一百二步問荅同前

法曰半虛弦乘三事爲實三事爲從四虛隅

翻開之得半大弦𝍢𝍫。

草曰識別得以虛弦減大弦半之爲皇極弦以虛弦加大弦半之爲皇極勾股共也立天元一爲半大弦以二之內減虛弦得〡元〡〇𝍣折半得〡元𝍢𝍫爲皇極弦也又以虛弦加大弦而半之得〡元𝍣〡爲皇極和也和自之得〡〡〇〡元〡〇𝍣〡於上又以弦自之得〡〡〇〡元〡〇𝍣〡減上位餘得下〡〡〡元爲二直積合以皇極弦除之不除寄爲分

母便以此為城徑寄左然後以四之天元減

三事共餘[算籌]又以皇極弦分母通之得[算籌]

[算籌]為同數與左相消得[算籌]倒積開得

三百四十步倍之即大弦也合問

元和李銳覆校

敬齋先生測圓海鏡細草卷第十